

# Le temps - La flèche du temps - Le chaos, source véritable de l'irréversibilité du temps

par Christian Marchal  
Conseiller scientifique à l'ONERA

## Résumé:

Différentes définitions du temps sont présentées et discutées dans la première partie: la liberté semble un élément essentiel de la notion de temps. La deuxième partie commence par les exemples classiques d'irréversibilité, lesquels présentent des liaisons surprenantes. Le paradoxe des lois physiques réversibles associées à des phénomènes irréversibles est lié à l'existence de systèmes de caractère chaotique avec un très grand nombre de paramètres. Un modèle simplifié permet de comprendre et de résoudre le paradoxe.

Les «figures», ici 6,02 et 1,66, sont toujours entre 1 et 10. Ceci donne une définition unique et précise des «tailles», ici  $p23$  et  $n24$ . La taille est l'élément essentiel des quantités très grandes ou très petites, c'est même souvent le seul élément connu.

## Introduction

Le temps a toujours suscité de grandes interrogations et des controverses passionnées.

Bien des phénomènes de la vie de tous les jours sont irréversibles, ou du moins le paraissent. Nous nous souvenons du passé et nous ignorons le futur, nous grandissons puis nous vieillissons, la chaleur va toujours des corps chauds vers les corps froids et le sucre se dissout dans le café... Cependant les lois physiques connues sont toutes réversibles.

Ce paradoxe a suscité bien des recherches et beaucoup de controverses à la limite de la philosophie. Les réponses classiques sont contradictoires et négligent ou sous-estiment l'importance du chaos qui est certainement la raison essentielle de l'existence de l'irréversibilité du temps.

### Symboles numériques:

Dans cette étude avec beaucoup de très grands nombres ou de nombres très petits, nous utiliserons les notations «par figures et tailles» avec la lettre  $p$  pour «puissance positive de dix» et la lettre  $n$  pour «puissance négative de dix».

Ainsi:  $6,02p23$  (soit «six zéro deux p vingt-trois») est le nombre d'Avogadro égal à  $6,02 \times 10^{23}$  et au nombre d'atomes de carbone dans 12 g de carbone (à peu près le nombre d'atomes d'hydrogène dans un gramme d'hydrogène).

$1,66n24$  (soit «un soixante six n vingt-quatre») vaut  $1,66 \times 10^{-24}$  et est l'inverse du nombre d'Avogadro, c'est donc la masse en gramme d'un atome d'hydrogène.

## Première partie. Le temps

Une tablette babylonienne de la haute époque nous présente par exemple une démonstration mathématique ou bien le calcul de la racine carrée de 2 avec cinq ou six décimales... Ce qui nous émeut, ce n'est pas la prouesse scientifique, bien modeste à notre échelle, ce qui nous émeut c'est le temps, c'est le fait que ces balbutiements de l'esprit humain se passaient il y a quatre mille ans...

Le temps est quelque chose de très mystérieux, il est très subjectif avec une définition par profession et presque une définition par personne. Nous trouvons ainsi:

Tableau 1

Le temps des cosmologistes (dans le modèle standard)

Temps	Événements
0	Explosion primordiale ( <i>big bang</i> )
$n43$ s	Mur de Planck
$n35$ à $n32$ s	Inflation
$n6$ à $n4$ s	Ere hadronique (protons, neutrons)
$n4$ s	Ere leptonique (électrons, photons, neutrinos)
0,5 s	→ Evasion des neutrinos
1 s	
100 s	Premiers noyaux atomiques (nucléo-synthèse primordiale)
300 000 ans	Evasion des photons Formation des atomes (hydrogène, hélium, ...)
	Quasars, formation des galaxies
$4p9$ ans	Génération successive d'étoiles
$p10$ ans	Naissance du Soleil et du système solaire
$1,5 p10$ ans	Aujourd'hui

Tableau II  
Le temps des géologues

Dates approchées (en millions d'années)	Evénements, ères et périodes
4600	← Formation de la Terre
600	← Pré-cambrien
500	← Cambrien
440	← OrdoVICIEN
400	← Silurien
350	← Devonien
270	← Carbonifère
225	← Permien
180	← Trias
135	← Jurassique
65	← Crétacé
55	← Paléocène
38	← Eocène
25	← Oligocène
5,1	← Miocène
2,0	← Pliocène
0,01	← Pléistocène
0	← Holocène

Paléozoïque ou ère primaire

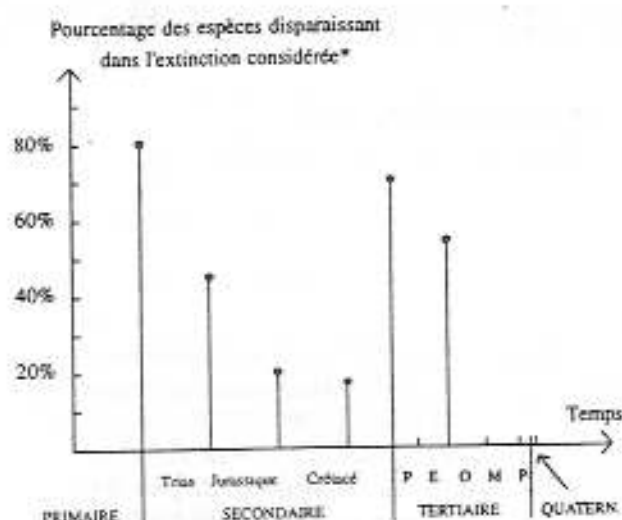
Mésozoïque ou ère secondaire

Ere tertiaire

Ere quaternaire

Cénozoïque

Figure 1  
Les extinctions de masse



\* Pourcentage par rapport au nombre total des espèces qui vivaient juste avant cette extinction.

Il est bien connu que le temps des cosmologistes est en fait un mélange d'espace et de temps; mais cela est vrai aussi, d'une autre façon, pour le temps des géologues. Ainsi la «transition Crétacé-Tertiaire» est définie par la disparition des dinosaures, disparition qui a peut-être exigé cent mille ans pour aller de l'Inde au Mexique.

Il faut noter que les géologues repèrent l'âge des strates sédimentaires par la présence des fossiles correspondants. Très peu de fossiles subsistent dans les strates pré-cambriennes tandis qu'au commencement du Cambrien se produisit une véritable «explosion de vie».

Depuis lors, les différences sont essentiellement dues aux extinctions de masse (figure 1). Si parfois des espèces semblent apparaître ici ou là, comme les mammifères au début du Tertiaire, c'est essentiellement un effet de perspective. Ces espèces étaient auparavant réduites à un petit nombre de variétés et confinées par leurs prédateurs dans des régions d'accès difficile.

Le moteur véritable de l'évolution des espèces reste inconnu et même si le darwinisme est vrai, il est très insuffisant. Il explique très bien une petite évolution (changement de taille, de couleur) ou une évolution régressive (perte d'un organe); mais les milliards de milliards de mutations des temps géologiques sont trop peu nombreuses, et de très loin, pour expliquer une évolution progressive comme le gain d'un nouvel organe.

Notez deux effets opposés: le temps des cosmologistes semble passer très vite au départ, avec beaucoup d'événements sur une courte période, puis il ralentit progressivement. C'est le contraire pour le temps des géologues dont les sept-huitièmes correspondent au Pré-cambrien et dont les ères successives sont de plus en plus courtes.

Cette accélération est en partie un effet de perspective: les événements récents, les fossiles récents ont des chances plus grandes de laisser des traces jusqu'à notre époque. Mais c'est aussi en partie un effet réel qui est encore plus visible dans le temps des préhistoriens et des archéologues.

Dans l'échelle paléolithique ci-après, les glaciations ont des noms allemands et les faciès des noms pour la plupart français. Cette échelle a été définie pour l'Europe mais les différentes échelles paléolithiques (Europe, Moyen-Orient, Afrique, Extrême-Orient, Amériques) ont encore des correspondances incertaines.

Notez Adam et Eve au début du Paléolithique moyen: ces noms ont été donnés par les préhistoriens aux premiers hommes qui ont enterré leurs morts. C'est l'éveil de la conscience humaine...

**Tableau III**  
*Le temps des préhistoriens et des archéologues*

**III.1 Paléolithique ou âge de la pierre taillée (chasseurs, prédateurs, artistes des grottes)**

Dates (années)	Hommes	GLACIATIONS	Faciès	
- 3 p6 *	Australopithèque (Homo habilis)			] Paléolithique inférieur
- 1 p6	Pithécanthrope	GÜNZ		
- 500 000	Sinanthrope (Homo erectus)	MINDEL	Abbevillien	
		RISS	Clactonien Chelléen Prémoustérien	] Paléolithique moyen
- 100 000	(Adam et Eve)	WÜRM (1)	Moustérien (Pontinien Altmühlien Jabroudien)	
- 35 000	Néandertal (Homo sapiens néandertalensis)	WÜRM (2)	Périgourdien	
	Premiers Amérindiens		Aurignacien	] Paléolithique supérieur
	Cro-Magnon (Homo sapiens sapiens)	WÜRM (3)	Solutréen Magdalénien	
- 9000			Azilien	

\* - 3 p6 années = 3 millions d'années av. J.-C. (voir les symboles numériques).

**III.2 Néolithique ou âge de la pierre polie (bergers, agriculteurs, bâtisseurs)**

Dates (av. J.-C.)	Evénements	Animaux domestiques	Céréales
9000		Chiens	
	Villages à maisons rondes	Bovins	
8000		Chevaux	
	Villages à maisons carrées	Chèvres	
7000	Fondation de Jéricho	Moutons	Blé
	Poteries en terre cuite	Porcs	
6000	Fondation de Catal Hoyük (Turquie)		Maïs
5000	Mégalithes		Riz
3300	-----		

**III.3 Age du bronze**

1200 -----

**III.4 Age du fer**

PREHISTOIRE  
HISTOIRE

L'accélération rencontrée dans les temps géologiques et archéologiques est encore plus forte dans les temps historiques (Antiquité, Moyen Âge, Temps modernes) et les événements semblent se succéder à un rythme toujours plus rapide.

Cette propriété évidente du temps vécu est en contraste flagrant avec les temps réguliers définis par les scientifiques:

- le temps des mécaniciens:  $\vec{F} = m \, d^2 \vec{r} / dt^2$
- le temps des physiciens quantiques:  $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$
- le temps des biologistes: cycles, rythmes, hibernation hivernale, hibernation prolongée.

Nous trouvons de même le temps des astronomes, des marins, des aviateurs, des horlogers, des musiciens, etc.

Chaque profession a son ou ses temps avec leur définition et leur précision. Ainsi les marins utilisent le temps U.T.C. (temps coordonné universel), temps qui est défini par la rotation légèrement irrégulière de la Terre et qui leur donne un moyen simple pour mesurer les longitudes.

Le temps civil qui règle la vie de tous les jours, les rendez-vous, les départs des trains et des avions, est en fait une convention sociale pratique et purement arbitraire. Ce n'est pas un absolu comme le croient beaucoup de gens qui vous parlent de la nécessité de vivre «à l'heure solaire» sans bien savoir ce que c'est, et en ignorant souvent qu'il y a 49 minutes d'écart entre les heures solaires de Brest et de Strasbourg.

Il est très commode d'avoir la même heure civile sur le plus vaste territoire possible: en Europe depuis la Suède, la Pologne, la Hongrie jusqu'à la France et même l'Espagne; cela simplifie les transports et évite bien des confusions. Et qu'importe après tout si, en conséquence, les Polonais arrivent au travail vers 7 heures ou 7 heures 30 et les Espagnols vers 9 heures.

L'heure civile étant par définition celle donnée par les horloges publiques, c'est donc «l'heure d'été» pendant la belle saison. Cette heure est souvent considérée comme très artificielle mais elle est en fait plus naturelle que l'heure civile uniforme car c'est le lever du soleil qui est le vrai repère de l'activité et non midi ou minuit.

Nos ancêtres, jusqu'à la fin du 19<sup>e</sup> siècle, vivaient «avec le soleil» et se levaient beaucoup plus tôt en été qu'en hiver. L'heure d'été est en somme un moyen commode pour nous rapprocher de nos rythmes naturels sans avoir à modifier tous nos horaires et l'on peut souligner l'un de ses avantages méconnus: lors des canicules de juillet et août, elle nous permet d'éviter une heure de travail dans la chaleur de l'après-midi et nous donne en échange une heure de fraîcheur matinale; que de fatigues évitées!

Bien entendu, le principal inconvénient de l'heure d'été est la brutalité du décalage tous les six mois, certains le supportent mal et nos ancêtres faisaient les choses progressivement. Peut-être instituerons-nous une «heure d'été progressive» quand les horloges seront automatiquement réglées par radio comme cela commence à se voir un peu partout. En attendant, on pourrait placer le décalage pendant les vacances de printemps puisque ces vacances ont lieu au même moment dans la plupart des pays d'Europe.

Les enfants auraient ainsi les avantages de l'heure d'été sans en avoir les inconvénients.

Ce sont les astronomes qui ont avec le temps les rapports les plus élaborés. Les différents temps qu'ils utilisent sont appelés: temps solaire local vrai, temps solaire local moyen, temps sidéral local, temps universel, temps atomique international, temps dynamique terrestre, temps barycentrique, etc.

Face à tous ces «temps» de toutes les professions il y a heureusement tout de même un temps qui est commun à toute l'humanité, en dépit de sa variabilité, c'est le temps psychologique: «Attendre une demi-heure Papa qui arrive à la gare, c'est très long! Jouer une demi-heure avant de dormir, c'est très court! C'est pas juste!». Ma petite fille Eléonor n'avait que cinq ans quand elle a dit ces mots. Ainsi un enfant de cinq ans sait déjà que le temps psychologique n'est pas uniforme, il a de plus la déplaisante mais universelle propriété d'être lent pendant les périodes désagréables et rapide pendant les périodes agréables. Malheureusement Eléonor mourut accidentellement quelques semaines plus tard et il n'y a pas d'évidence plus forte et plus douloureuse de l'irréversibilité du temps...

Pour terminer cette première partie, effleurons quelques-unes des idées des philosophes à propos du temps.

«Le passé n'existe pas car il n'existe plus, le futur n'existe pas car il n'existe pas encore, quant au présent il est continuellement en train de disparaître.»

«Le temps, quand personne ne me pose de question, je crois savoir ce que c'est, mais si l'on m'interroge, je ne sais plus...»

«Le présent est une porte par laquelle l'avenir se précipite vers le passé...»

De saint Augustin à Ferdinand Gonseth, bien des philosophes ont fait du temps l'un de leurs principaux sujets d'étude mais je conteste cette sorte de symétrie qu'ils font en général entre passé et futur.

Le passé me paraît bien plus concret que le futur. Pour commencer, cela correspond au sentiment populaire: dans la plupart des langues, le futur et le conditionnel sont très voisins, souvent même difficilement discernables; tandis que, si nous regardons la galaxie d'Andromède, nous la voyons telle qu'elle était il y a deux millions d'années. De même, si nous découvrons un miroir convenablement orienté sur une planète voisine d'Alpha du Centaure (distance 4 années-lumière) nous pourrions y voir la Terre telle qu'elle était il y a huit ans.

Considérons enfin une étude astronomique comme celle de l'évolution du système Terre-Lune sous l'influence des différentes causes connues (gravitation, forces de marées, etc.). On constate que la distance Terre-Lune augmente peu à peu; elle était beaucoup plus faible il y a trois milliards d'années, elle sera 10 ou 20% plus élevée dans trois milliards d'années.

Cependant le passé laisse des traces (dans la géologie, le magnétisme, l'état actuel de la Lune, etc.) et nos hypothèses sur le passé sont donc en partie vérifiables ou réfutables.

Il n'en est pas du tout de même pour le futur que nous imaginons: c'est une pure construction intellectuelle qui pourrait être totalement bouleversée soit par un événement fortuit (passage d'une étoile à proximité du Soleil) soit parce que nous avons négligé tel phénomène apparemment minuscule mais appelé à grandir.

Il reste que si nous avons une telle conscience du présent c'est sans doute parce que nous sommes libres. Certes, aucune expérience scientifique ne peut prouver que nous le sommes réellement, ni ne peut prouver le contraire, et il nous faut l'admettre comme un axiome, comme l'un des axiomes indémonstrables de la géométrie: «Il y a en chaque être humain une source de liberté...» Cet axiome nous permet une bien meilleure compréhension du monde où nous vivons et le présent représente l'instant où nous exerçons notre liberté.

On peut en avoir des preuves *a contrario* dans l'état de sommeil où liberté et présent nous échappent, où bien encore dans la situation d'un prisonnier étroitement surveillé et empêché d'agir, de lire, d'écrire; il abandonne le présent, il rêve au passé où il était libre et au futur où il sera libéré.

## Seconde partie Le paradoxe du temps

Le deuxième principe de la thermodynamique est l'élément essentiel de l'irréversibilité physique, mais il est généralement considéré comme un «principe» et non comme une «loi». Cette subtilité linguistique permet d'écrire que toutes les lois scientifiques connues peuvent être écrites d'une manière réversible, avec symétrie entre le passé et le futur. \*

Ceci conduit à des propriétés classiques; par exemple si, dans le système solaire, nous renversons les vitesses de toutes les planètes, les orbites restent les mêmes, elles sont simplement décrites dans l'autre sens.

Cependant cette belle symétrie contredit bien des phénomènes de la vie ordinaire.

Les phénomènes irréversibles les plus connus sont:

- A) L'évolution des êtres vivants: nous grandissons, nous vieillissons, nous mourons.
- B) La mémoire: nous nous souvenons du passé et ignorons le futur.
- C) Le deuxième principe de la thermodynamique. La chaleur va toujours des corps chauds vers les corps froids. L'entropie d'un système isolé, c'est-à-dire la mesure de son désordre, est toujours croissante.
- D) L'Univers est en expansion.

\* Toutes les lois ont au moins la symétrie TEC (temps, espace, charge); elles sont conservées si l'on renverse à la fois le sens du temps (passé-futur), celui de l'espace (gauche-droite) et le signe des charges (matière-antimatière).

E) Les trous noirs: la matière et la lumière y tombent, elles n'en sortent jamais.

F) La propagation de la lumière par ondes sphériques divergentes et non convergentes.

Il y a encore quelques autres phénomènes considérés comme irréversibles en mécanique quantique et en désintégration radioactive.

Des relations remarquables existent entre ces différents types d'irréversibilité.

Observons par exemple un lac de montagne, il gèle chaque automne et dégèle chaque printemps. La glace est bien plus organisée que l'eau, c'est donc pendant le gel que l'entropie du lac décroît. Que se passe-t-il donc alors? Le lac ne peut être considéré comme un système isolé et pendant les longues et claires nuits de novembre et décembre, il envoie vers l'espace, beaucoup plus froid, un très grand nombre de photons infrarouges qui emportent sa chaleur et son énergie. Ces photons arriveront-ils quelque part? Ce serait sans doute le cas si l'Univers était statique. Il arriverait autant de photons qu'il en partirait et le lac ne pourrait geler. Mais il n'en est pas ainsi et avec l'expansion la quasi-totalité des photons n'arrivent jamais nulle part, ils poursuivent sans fin leur course dans un Univers de plus en plus vide...

Il y a tout de même une objection. Qu'arrivera-t-il si l'expansion s'arrête un jour et se transforme en contraction? C'est ce qui se passera dans une soixantaine de milliards d'années si la densité moyenne de l'Univers (difficile à mesurer) est le double de sa «densité critique», la densité la plus élevée compatible avec une expansion indéfinie.

Certains théoriciens vont jusqu'à imaginer que le «temps» se déroulera alors dans l'autre sens et que l'on sortira du tombeau pour retourner au berceau. Cela paraît invraisemblable et l'on peut penser plutôt que les trous noirs, alors beaucoup plus nombreux qu'aujourd'hui, prendront le relais de l'expansion et serviront de poubelles à photons; au lieu de voyager sans fin dans l'espace, les photons tomberont dans les trous noirs et y disparaîtront à jamais. Les lacs pourront continuer à geler chaque automne.

Mais revenons à la contradiction entre croissance irréversible de l'entropie et réversibilité des lois scientifiques.

### Un exemple concret

Ouvrons une communication entre deux récipients clos et remplis de gaz. Le mouvement brownien va égaliser les températures, les pressions et les compositions tandis que l'évolution opposée n'apparaît jamais. Cependant:

- A) Le mouvement brownien et la théorie cinétique des gaz sont conservatifs et réversibles tout autant que la mécanique céleste elle-même.
- B) Henri Poincaré [1] a démontré que dans les systèmes bornés et conservatifs, «presque toutes» les conditions initiales (c'est-à-dire à l'exception de cas infiniment rares) conduisent à une infinité de retours au voisinage de ces conditions initiales. Les mathématiciens spéci-

fient: «une infinité de retours dans n'importe quel voisinage des conditions initiales».

Ces retours au voisinage des conditions initiales sont bien entendu contradictoires avec l'égalisation des températures, des pressions et des compositions.

#### Les réponses classiques, mais insatisfaisantes

A) «Il y a peut-être des minuscules phénomènes irréversibles qui empêchent l'application des résultats de Poincaré...»

Ce rejet d'une symétrie majeure de la nature n'est pas justifié et les connaissances actuelles vont permettre de résoudre la contradiction.

B) «La notion de trajectoire ne reste précise que pour quelques «temps de Liapounov», soit moins que le temps de retour de Poincaré qui n'a jamais été observé dans ce type d'expérience.»

Cette réponse est vraie mais insuffisante. L'impossibilité de calculer avec précision l'évolution à long terme ne résout pas la contradiction.

C) «En principe Poincaré a raison et pour des systèmes bornés et strictement isolés il existe effectivement cette corrélation mystérieuse entre les conditions initiales et finales (après le temps de retour de Poincaré). Mais nos systèmes ne sont pas isolés et même des perturbations très petites, comme l'attraction des planètes suffisent à détruire cette corrélation.»

Ces «corrélations mystérieuses» sont imaginaires et c'est d'une manière naturelle que le système retourne vers tous les états accessibles à partir des conditions initiales. Les «perturbations très petites» ne vont pas modifier l'ordre de grandeur du temps de retour de Poincaré même s'il est exact qu'elles peuvent modifier l'évolution en peu de temps (quelques «temps de Liapounov») et contribuer ainsi à la disparition des corrélations.

#### La réponse probable

C'est parce qu'un système est à évolution chaotique (ou bien «sensible aux conditions initiales») et qu'il dépend de milliards de paramètres, tandis que nous n'en mesurons que quelques-uns, que nous ne constatons presque aucune corrélation entre états successifs à de larges intervalles et que le temps de retour de Poincaré est immense, bien supérieur à l'âge de l'Univers.

Nous obtenons ainsi l'irréversibilité physique de nos expériences en dépit de lois réversibles et conservatives.

Il faut remarquer que si l'évolution n'est pas de type chaotique, mais par exemple de type périodique ou quasi périodique, les prévisions déterministes peuvent être excellentes même si la connaissance des conditions initiales est faible. Une solution de ces types a une réversibilité naturelle et reste dans une toute petite part de l'espace des phases, une part beaucoup plus petite que celle qui correspond à un mouvement chaotique.

Les évolutions chaotiques compensent leur impossibilité de prévision déterministe à long terme par d'excellentes prévisions statistiques (ce que l'on retrouve en mécanique quantique). Cette excellence est liée au chaos lui-même qui introduit de l'aléatoire en permanence: il nous est impossible de prévoir le mouvement futur d'une molécule dans un mouvement brownien mais nous pouvons modéliser très bien ces éléments statistiques que sont la température et la pression.

Le modèle ci-après, extrêmement simplifié et à but purement didactique, peut aider à comprendre ces questions. On notera que ce modèle satisfait pratiquement l'hypothèse du «chaos moléculaire» de Boltzmann (pas de corrélation entre variations successives), mais il atteint des conclusions opposées: le chaos moléculaire n'empêche pas le retour de Poincaré.

#### Un modèle simplifié

Considérons un milliard de milliards de molécules (soit  $p18$  molécules avec les notations des symboles numériques par «figures et tailles»). Ce nombre est le nombre de molécules dans  $37 \text{ mm}^3$  d'air dans les «conditions normales», ce qui est un très petit volume. Dans la plupart des expériences les effets seront encore plus larges.

Ces  $p18$  molécules seront placées dans deux récipients identiques A et B et seront numérotées de 1 à  $p18$ .

L'évolution sera: à chaque étape un nombre entre 1 et  $p18$  sera choisi et la molécule correspondante sera transférée dans l'autre récipient.

Le taux de ces échanges pourra par exemple être un million de milliards, soit  $p15$  par seconde.

Nous supposons la température constante et mesurerons seulement la pression, c'est-à-dire le nombre de molécules dans les récipients A et B. On peut partir avec:

$$\begin{aligned} P_A(0) &= 1,4 \text{ bar} \\ P_B(0) &= 0,6 \text{ bar} \end{aligned} \quad (1)$$

Quelle sera l'évolution?

#### Evolution des pressions $P_A$ et $P_B$

Le nombre total des molécules est constant et donc à tout instant t:

$$P_A(t) + P_B(t) = P_A(0) + P_B(0) = 2 \text{ bars} \quad (2)$$

Il suffit donc de considérer  $P_A(t)$ .

Une question essentielle est le mode de choix des numéros successifs des molécules à transférer.

On peut considérer un choix purement au hasard (c'est le «chaos moléculaire» de Boltzmann) mais, à cause des objections philosophiques usuelles, nous considérerons aussi le choix déterministe suivant: le  $k$ ème choix sera donné par les décimales de rang  $(18k - 17)$  à  $18k$  d'un nombre réel donné  $x$ .

Par exemple si  $x = \Pi$ , c'est-à-dire:

$$x = 3,141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643 \dots \quad (3)$$

le premier choix sera: 141 592 653 589 793 238.  
Le choix purement au hasard a l'avantage de permettre une analyse simple avec le calcul de l'évolution moyenne et celui de l'écart quadratique moyen (écart-type).  
A chaque étape, si la pression est  $P_A$  (en bars), sa variation  $\delta P_A$  sera donnée (avec  $2n18 = 2 \times 10^{-18}$ ) par:

$$\left. \begin{array}{l} \delta P_A = \pm 2\ n18\ \text{bar} \\ \left\{ \begin{array}{l} \text{probabilité } (P_A/2) \text{ pour } \delta P_A = -2\ n18\ \text{bar} \\ \text{probabilité } (1 - P_A/2) \text{ pour } \delta P_A = +2\ n18\ \text{bar} \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (4)$$

D'où pour l'évolution moyenne  $P_{AM}(t)$ :

$$\delta P_{AM} = (1 - P_{AM}) \cdot 2\ n18 \quad (5)$$

donc après  $k$  étapes:

$$P_{AMk} = 1 + [P_A(0) - 1] (1 - 2\ n18)^k \quad (6)$$

Donc, avec  $P_A(0) = 1,4$  bar et avec  $p15$  étapes par seconde:

$$\left. \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} P_{AM}(t) = [1 + 0,4 \times \exp\{-0,002t\}] \text{ bar} \\ \text{avec } t \text{ exprimé en secondes} \end{array} \right\} \\ P_{AM}(1 \text{ minute}) = 1,3548 \text{ bar} \\ P_{AM}(1 \text{ heure}) = 1,0002986 \text{ bar} \\ P_{AM}(1 \text{ jour}) = (1 + 4\ n76) \text{ bar} \\ = \text{pratiquement } 1 \text{ bar} \end{array} \right\} \quad (7)$$

Ainsi la pression moyenne  $P_{AM}(t)$  décroît constamment et tend vers 1 bar, elle donne l'impression de l'irréversibilité. Mais il faut aussi étudier la variance  $V(t)$  et sa racine carrée l'écart quadratique moyen  $\sigma(t)$ .

Cette étude est un peu plus complexe. L'étape  $(k+1)$  donne:

$$V_{k+1} = (1 - 4\ n18) V_k + 4\ n36 [1 - (P_{AMk} - 1)^2] \quad (8)$$

D'où avec l'équation (6),  $P_A(0) = 1,4$  bar et  $V_0 = 0$ :

$$V_k = [n18 \{ 1 - (1 - 4n18)^k \} - 0,16 \{ (1 - 2n18)^{2k} - (1 - 4n18)^k \}] \text{ bar}^2 \quad (9)$$

Cette expression rigoureuse donne pratiquement (avec  $t$  en secondes):

$$V(t) = [1 - (1 + 0,00064t) \exp\{-0,004t\}] \cdot n18 \text{ bar}^2 \quad (10)$$

La variance  $V(t)$  est constamment croissante mais elle ne va que de 0 à  $n18 \text{ bar}^2$ . Au bout de 1000 secondes, elle est déjà à 97% de sa valeur finale.

Le résultat principal est que la variance  $V(t)$  reste toujours très petite. Sa racine carrée, l'écart quadratique moyen  $\sigma(t)$  reste lui aussi toujours très petit, il ne dépasse jamais  $n9$  bar soit un milliardième de bar c'est-à-dire un déci-millipascal (un pascal = un newton/m<sup>2</sup> = un cent-millième de bar).

Si l'on mesure la pression  $P_A(t)$  avec l'excellente précision d'un millipascal, soit dix fois l'écart-type  $\sigma$ , on constatera de temps en temps une fluctuation fugitive par rapport à l'évolution moyenne théorique. Ainsi une fréquence moyenne d'une fluctuation tous les deux ans est obtenue pour celles qui dépassent 7,94 écarts-types. Ces dépassements sont généralement très courts, en moyenne 1,26 n7 seconde.

Si l'on mesure  $P_A(t)$  avec la très bonne précision de 5 millipascals, soit 50 écarts-types, on ne rencontrera jamais aucune fluctuation et l'évolution semblera irréversible. En effet le calcul montre qu'il n'y a que la probabilité extrêmement faible  $n200$ , soit  $10^{-200}$  de rencontrer la première fluctuation de 5 millipascals avant le temps  $t = 4,6\ p329$  secondes, soit 1,46 p322 années alors que l'âge de l'Univers est seulement de l'ordre de  $2\ p10$  années...

Dans ces conditions, le temps de retour de Poincaré est énorme et purement théorique mais il peut être calculé. Si nous négligeons encore une probabilité de  $n200$  (qui correspond au «seuil de certitude de l'Univers observable»), le premier retour de Poincaré à la pression  $P_A = 1,4$  bar surviendra après  $10^8$  secondes avec:

$$3,57349\ p16 < R < 3,57351\ p16 \quad (11)$$

Rappelons que ces résultats correspondent au choix au hasard des molécules successives à échanger.

Considérons maintenant le choix déterministe explicité avec l'équation (3). Les calculs (4) à (11) montrent alors que les valeurs de  $x$  satisfaisant à  $0 < x < 1$  et ne satisfaisant pas à (11) ont une mesure totale inférieure à  $n200$ . Cet ensemble de valeurs de  $x$  est donc négligeable même si beaucoup de valeurs remarquables de  $x$ , comme par exemple  $x = 1/3 = 0,333\ 333\dots$  lui appartiennent.

*Remarque:*

Les équations (6) et (7) de l'évolution de la pression moyenne  $P_{AM}$  montrent clairement un phénomène irréversible mais peuvent aussi donner l'impression d'une dissymétrie essentielle entre le passé (écart de l'équilibre) et le futur (proche de l'équilibre).

En fait, cette impression est fautive et l'on peut s'en apercevoir en examinant le problème suivant:

Mesurons la pression  $P_A$  aux instants  $t_1$  et  $t_2$ , nous obtenons  $P_{A1}$  et  $P_{A2}$ . Quelle est alors l'évolution de la pression moyenne  $P_{AM}(t)$  pour  $t_1 < t < t_2$  compte tenu des deux limites? (Autrement dit, parmi les diverses expériences, nous en relevons un grand nombre pour lesquelles  $P_A(t_1) = P_{A1}$  et  $P_A(t_2) = P_{A2}$ ; nous pouvons donc en déduire  $P_{AM}(t)$  dans l'intervalle  $t_1, t_2$ ).

Cette évolution  $P_{AM}(t)$  est une généralisation de (7):

$$P_{AM}(t) = [1 + P'_1 \exp\{0,002(t_1 - t)\} + P'_2 \exp\{0,002(t - t_2)\}] \text{ bar} \\ \text{avec } t \text{ exprimé en secondes; } t_1 < t < t_2 \quad (12)$$

Les deux constantes  $P'_1$  et  $P'_2$  sont déterminées par les conditions aux limites:  $P_{AM}(t_1) = P_{A1}$  et  $P_{AM}(t_2) = P_{A2}$ .

On voit donc que, même si l'évolution de la pression moyenne donnée en (6) et (7) est irréversible, la symétrie temporelle passé-futur est conservée. Examinez par exemple l'arrivée sur un retour de Poincaré avec  $t_2$  quelconque et  $t_1$  négatif et extrêmement lointain.

## Conclusions

Même si le temps reste quelque chose de très mystérieux sur lequel les divers points de vue sont encore très discordants, l'analyse du paradoxe des lois physiques réversibles associées à des phénomènes irréversibles a beaucoup progressé. L'irréversibilité du second principe de la thermodynamique est tout à fait en accord avec nos expériences et avec nos mesures qui, de très loin, ne sont ni suffisamment nombreuses ni suffisamment durables pour conduire à une contradiction. Cependant quelques très petites fluctuations temporaires apparaissent dans les expériences les plus précises. Ainsi le paradoxe peut être expliqué sans «irréversibilités cachées», sans «isolement parfait» et sans «corrélations mystérieuses». Les raisons principales de l'irréversibilité sont le caractère chaotique et le très grand nombre de paramètres des systèmes irréversibles. L'hypothèse de Boltzmann du «chaos moléculaire» est excellente et permet des calculs très précis. Les corrélations ne vont pas croître lentement et insidieusement après une très longue durée et l'on peut presque écrire que le retour

de Poincaré survient par hasard, ce qui demande un tel délai, beaucoup plus grand que l'âge de l'Univers, que la décroissance correspondante de l'entropie n'apparaît jamais dans nos expériences.

Le temps de retour de Poincaré est exponentiellement lié au nombre des paramètres indépendants du système étudié et nous pouvons ainsi écrire:

Si, après les simplifications mathématiques usuelles (symétries, intégrales du mouvement, décomposabilité, etc.) un système

- A) reste avec un nombre élevé  $N$  de paramètres indépendants,
- B) est sensible aux conditions initiales (système chaotique),
- C) est étudié par l'intermédiaire de paramètres statistiques comme la température et la pression,

alors son évolution apparaîtra physiquement irréversible, même si ses lois sont mathématiquement réversibles et conservatives, pourvu que la précision relative des mesures ne dépasse pas  $50/\sqrt{N}$ .

## Bibliographie

- [1] POINCARÉ (H.), «Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste», Dover Publication, New York, 1957, vol 3, 140-174.

Christian Marchal  
ONERA, 29 avenue du général Leclerc, 92320 Chatillon